

## Capítulo 7

# Noções de Matemática Financeira

### 1 O valor do dinheiro no tempo

A operação básica da matemática financeira é a operação de empréstimo. Alguém que dispõe de um capital  $C$  (chamado de *principal*), empresta-o a outrem por um certo período de tempo. Após esse período, ele recebe o seu capital  $C$  de volta, acrescido de uma remuneração  $J$  pelo empréstimo. Essa remuneração é chamada de *juro*. A soma  $C + J$  é chamada de *montante* e será representada por  $M$ . A razão  $i = J/C$ , que é a taxa de crescimento do capital, é sempre referida ao período da operação e chamada de *taxa de juros*.

**Exemplo 1.** Pedro tomou um empréstimo de R\$100,00. Dois meses depois, pagou R\$140,00. Os juros pagos por Pedro são de R\$40,00 e a taxa de juros é  $\frac{40}{100} = 0,40 = 40\%$  ao bimestre. O principal, que é a dívida inicial de Pedro, é igual a R\$100,00 e o montante, que é a dívida de Pedro na época do pagamento, é igual a R\$140,00.

O leitor deve ficar atento para o fato que Pedro e quem lhe emprestou o dinheiro concordaram que R\$100,00 no início do referido bimestre têm o mesmo valor que R\$140,00 no final do referido bimestre. É importante perceber que o valor de uma quantia depende da época à qual ela está referida. Neste exemplo, quantias diferentes (R\$100,00 e R\$140,00), referidas a épocas diferentes, têm o mesmo valor.

São exemplos de erros comuns em raciocínios financeiros:

- a) Achar que R\$140,00 têm valor maior que R\$100,00. R\$140,00 têm maior valor que R\$100,00, se referidos à mesma época. Referidos a épocas diferentes, R\$140,00 podem ter o mesmo valor que R\$100,00 (veja o exemplo anterior) ou até mesmo um valor inferior.

Todos nós preferiríamos receber R\$100 000,00 agora do que R\$140 000,00 daqui a seis anos. Com efeito, R\$100 000,00 colocados em uma caderneta de poupança, a juros de 0,5% ao mês, cresceriam à taxa de 0,5% ao mês e transformar-se-iam, depois de 72 meses, em  $100\,000,00 \cdot (1 + 0,005)^{72} = \text{R}\$143\,204,43$ .

- b) Achar que R\$100,00 têm sempre o mesmo valor que R\$100,00. Na verdade, R\$100,00 hoje valem mais que R\$100,00 daqui a um ano.
- c) Somar quantias referidas a épocas diferentes. Pode não ser verdade, como mostrará o Exemplo 5, que comprar em três prestações de R\$50,00 seja melhor que comprar em cinco prestações de R\$31,00, apesar de  $50 + 50 + 50 < 31 + 31 + 31 + 31 + 31$ .

**Exemplo 2.** Pedro tomou um empréstimo de R\$100,00, a juros de taxa 10% ao mês. Após um mês, a dívida de Pedro será acrescida de  $0,10 \times 100$  reais = 10 reais de juros (pois  $J = iC$ ), passando a 110 reais. Se Pedro e seu credor concordarem em adiar a liquidação da dívida por mais um mês, mantida a mesma taxa de juros, o empréstimo será quitado, dois meses depois de contraído, por 121 reais, pois os juros relativos ao segundo mês serão de  $0,10 \times 110 = 11$  reais. Esses juros assim calculados são chamados de *juros compostos*. Mais precisamente, no regime de juros compostos os juros em cada período são calculados, conforme é natural, sobre a dívida do início desse período.

*No regime de juros compostos de taxa  $i$ , um principal  $C_0$  transforma-se, após  $n$  períodos de tempo, em um montante  $C_n = C_0(1 + i)^n$ .*

## 112 Temas e Problemas

Para cada  $k$ , seja  $C_k$  a dívida após  $k$  períodos de tempo. Ora,  $C_{k+1} = C_k + iC_k = (1 + i)C_k$ . Portanto, a cada período de tempo a dívida sofre uma multiplicação por  $1 + i$ . Após  $n$  períodos de tempo a dívida sofrerá  $n$  multiplicações por  $1 + i$ , ou seja, será multiplicada por  $(1 + i)^n$ . Logo,  $C_n = C_0(1 + i)^n$ .

**Exemplo 3.** Pedro toma um empréstimo de R\$1 500,00 a juros de 12% ao mês. Qual será a dívida de Pedro três meses depois?

$$C_3 = C_0(1 + i)^3 = 1500(1 + 0,12)^3 = 2107,39.$$

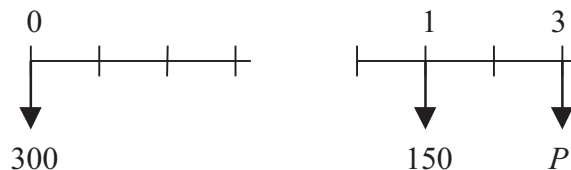
Outro modo de ler a fórmula  $C_n = C_0(1 + i)^n$  é: uma quantia, hoje igual a  $C_0$ , transformar-se-á, depois de  $n$  períodos de tempo, em uma quantia  $C_n = C_0(1 + i)^n$ . Isto é, uma quantia, cujo valor atual é  $A$ , equivalerá no futuro, depois de  $n$  períodos de tempo, a  $F = A(1 + i)^n$ .

Essa é a fórmula fundamental da equivalência de capitais:

- Para obter o valor futuro, basta multiplicar o atual por  $(1 + i)^n$ .
- Para obter o valor atual, basta dividir o futuro por  $(1 + i)^n$ .

**Exemplo 4.** Pedro tomou um empréstimo de R\$300,00 a juros de 15% ao mês. Um mês após, Pedro pagou R\$150,00 e, dois meses após esse pagamento, Pedro liquidou seu débito. Qual o valor desse último pagamento?

Os esquemas de pagamento abaixo são equivalentes. Logo, R\$300,00, na data 0, têm o mesmo valor de R\$150,00, um mês após, mais um pagamento igual a  $P$ , na data 3.



**Figura 47**

Igualando os valores, na mesma época (0, por exemplo), dos pagamentos nos dois esquemas, obtemos:

$$300 = \frac{150}{1 + 0,15} + \frac{P}{(1 + 0,15)^3}, \text{ ou seja, } 300 = 150 \cdot 1,15^{-1} + P \cdot 1,15^{-3}.$$

Finalmente,  $P = [300 - 150 \cdot 1,15^{-1}] \cdot 1,15^{-3} = 257,89$  reais.

**Exemplo 5.** Pedro tem duas opções de pagamento na compra de um eletrodoméstico: três prestações mensais de R\$50,00 cada, ou cinco prestações mensais de R\$31,00. Em qualquer caso, a primeira prestação é paga no ato da compra. Se o dinheiro vale 5% ao mês para Pedro, qual é a melhor opção que Pedro possui?

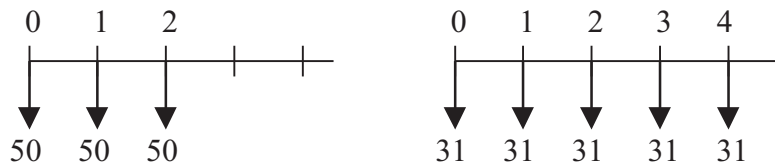


Figura 48

Para comparar, determinaremos o valor das duas séries de pagamentos na mesma época, por exemplo na época 2. Temos

$$V_1 = 50(1 + 0,05)^2 + 50(1 + 0,05) + 50 = 157,63$$

$$V_2 = 31(1 + 0,05)^2 + 31(1 + 0,05) + 31 + 31/(1 + 0,05) + 31/(1 + 0,05)^2 = 155,37.$$

Pedro deve preferir o pagamento em cinco prestações.

**Exemplo 6.** Pedro tem três opções de pagamento na compra de vestuário.

- a) À vista, com 3% de desconto.
- b) Em duas prestações mensais iguais, sem desconto, vencendo a primeira um mês após a compra.

114 Temas e Problemas

- c) Em três prestações mensais iguais, sem desconto, vencendo a primeira no ato da compra.

Qual a melhor opção para Pedro, se o dinheiro vale, para ele, 2,5% ao mês?

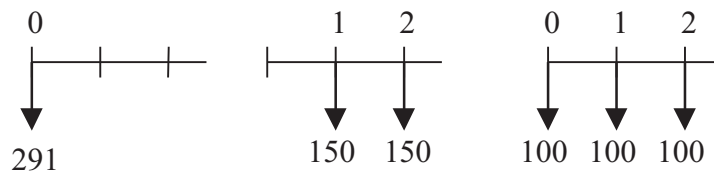


Figura 49

Fixando o preço do bem em 300, temos os três esquemas acima. Comparando os valores na época 0, obtemos:

$$V_1 = 291$$

$$V_2 = \frac{150}{1,025} + \frac{150}{1,025^2} = 289,11$$

$$V_3 = 100 + \frac{100}{1,025} + \frac{100}{1,025^2} = 292,74$$

A melhor alternativa para Pedro é a compra em dois pagamentos, e a pior é a compra em três prestações.

É interessante observar que a melhor alternativa para Joaquim pode não ser a melhor alternativa para João.

Se Joaquim é pessoa de poucas posses e decide comprar a prazo, tendo dinheiro para comprar à vista, é provável que ele invista o dinheiro que sobrou, em uma caderneta de poupança que lhe renderia, digamos, 1,5% ao mês. Então, para ele seria indiferente comprar à vista ou a prazo com juros de 1,5% ao mês.

Se João tiver acesso a investimentos melhores, ele poderia fazer render a sobra de dinheiro a, digamos, 2,5% ao mês. Então, seria atrativo para João comprar a prazo com juros de 1,5% ao mês.

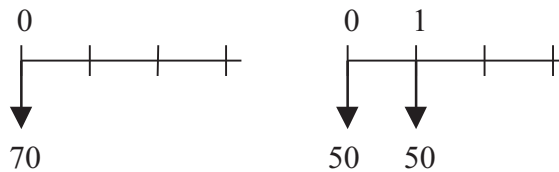
Logo, o dinheiro tem valores diferentes para João e Joaquim. Essa taxa de juros que representa o valor do dinheiro para cada pessoa e que é, em suma, a taxa à qual a pessoa consegue fazer render seu dinheiro, é chamada de *taxa mínima de atratividade*. O motivo do nome é claro: para essa pessoa, um investimento só é atrativo se render, no mínimo, a essa taxa.

**Exemplo 7.** Uma loja oferece duas opções de pagamento:

- a) À vista, com 30% de desconto.
- b) Em duas prestações mensais iguais, sem desconto, a primeira prestação sendo paga no ato da compra.

Qual a taxa mensal dos juros embutidos nas vendas a prazo?

Fixando o valor do bem em 100, temos os esquemas de pagamento abaixo:



**Figura 50**

Igualando os valores na época 0, obtemos  $70 = 50 + \frac{50}{1+i}$ . Daí,  $1+i = 2,5$  e  $i = 1,5 = 150\%$ .

A loja cobra juros de 150% ao mês nas vendas a prazo.

**Exemplo 8.** Investindo seu capital a juros mensais de 8%, em quanto tempo você dobrará o seu capital inicial?

Temos  $C_0(1 + 0,008)^n = 2 C_0$ . Daí,  $1,008^n = 2$  e  $n = \frac{\ln 2}{\ln 1,008} \cong 9$ . Aqui  $\ln$  está representando o logaritmo natural.

Em aproximadamente nove meses você dobrará o seu capital inicial.

### Problemas Propostos\*

1. Investindo R\$450,00 você retira, após 3 meses, R\$600,00. A que taxa mensal de juros rendeu o seu investimento?
2. Investindo a 8% ao mês, você obtém, depois de 6 meses um montante de R\$1 480,00. Quanto havia sido investido?
3. Qual o montante produzido em 3 meses por um principal de R\$2 000,00 a juros de 10% ao mês?
4. Em que prazo um principal de R\$1 400,00 gera um montante de R\$4 490,00 a juros de 6% ao mês?
5. Laura quer comprar um violão em uma loja que oferece um desconto de 30% nas compras à vista ou pagamento em três prestações mensais, sem juros e sem desconto. Determine a taxa mensal de juros embutida nas vendas a prazo, supondo o primeiro pagamento no ato da compra.
6. Malu contraiu um empréstimo de R\$9 000,00 para ser pago em duas prestações, com vencimentos três e cinco meses depois do empréstimo. Se a segunda prestação é o dobro da primeira e os juros são de 2% ao mês, determine as prestações.
7. Regina tem duas opções de pagamento:
  - a) à vista, com  $x\%$  de desconto.
  - b) em duas prestações mensais iguais, sem juros, vencendo a primeira um mês após a compra.

Se a taxa mínima de atratividade de Regina é de 5% ao mês, para que valores de  $x$  ela preferirá a primeira alternativa?

8. Certa loja, no natal de 1992, oferecia a seus clientes duas alternativas de pagamento:

---

\*Soluções na página 189.

- a) pagamento de uma só vez, um mês após a compra.
- b) pagamento em três prestações mensais iguais, vencendo a primeira no ato da compra.

Se você fosse cliente dessa loja, qual seria a sua opção?

**9.** Certa loja convidou, em dezembro de 1992, os seus clientes a liquidarem suas prestações mensais vincendas, oferecendo-lhes em troca um desconto. O desconto seria dado aos que pagassem, de uma só vez, todas as prestações a vencer em mais de 30 dias e seria de 40% para os que pagassem duas prestações. Supondo uma taxa mínima de atratividade de 27% ao mês, a oferta era vantajosa?

**10.** Lúcia comprou um exaustor, pagando R\$180,00, um mês após a compra, e R\$200,00, dois meses após a compra. Se os juros são de 2,5% ao mês, qual é o preço à vista?

## 2 Taxas de juros

Os leigos costumam achar que juros de 10% ao mês equivalem a juros de 20% ao bimestre, de 30% ao trimestre, de 120% ao ano etc.

Isso não é verdade, como mostra a tabela a seguir, que dá a evolução de um principal igual a 100, a juros de 10% ao mês.

| Mês     | 0   | 1   | 2   | 3     |
|---------|-----|-----|-----|-------|
| Capital | 100 | 110 | 121 | 133,1 |

Observe que juros de 10% ao mês equivalem a juros de 21% ao bimestre e de 33,1% ao trimestre.

*Se a taxa de juros relativamente a um determinado período de tempo é igual a  $i$ , a taxa de juros relativamente a  $n$  períodos de tempo é  $I$  tal que  $1 + I = (1 + i)^n$ .*

Basta calcular quanto valerá no futuro, depois de  $n$  períodos de tempo, um principal igual a  $A$ . Se usamos a taxa  $i$ , devemos avançar  $n$  períodos de tempo e, se usamos a taxa  $I$ , devemos avançar 1 período de tempo. Logo,  $A(1 + I)^1 = A(1 + i)^n$  e  $1 + I = (1 + i)^n$ .



**Exemplo 1.** A taxa anual de juros equivalente a 12% ao mês é  $I$  tal que  $1 + I = (1 + 0,12)^{12}$ . Daí,  $I = 1,12^{12} - 1 = 2,90 = 290\%$ .

**Exemplo 2.** A taxa mensal de juros equivalente a 40% ao ano é  $i$  tal que  $1 + 0,40 = (1 + i)^{12}$ . Daí,  $1 + i = 1,4^{1/12}$  e  $i = 1,4^{1/12} - 1 = 0,0284 = 2,84\%$ .

Um erro muito comum é achar que juros de 12% ao mês equivalem a juros anuais de  $12 \times 12\% = 144\%$  ao ano. Taxas como 12% ao mês e 144% ao ano são chamadas de *taxas proporcionais*, pois a razão entre elas é igual à razão dos períodos aos quais elas se referem. *Taxas proporcionais não são equivalentes.*

**Exemplo 3.** As taxas de 20% ao mês, 60% ao trimestre e 240% ao ano são taxas proporcionais.

Um (péssimo) hábito em Matemática Financeira é o de anunciar taxas proporcionais como se fossem equivalentes. Uma expressão como “12% ao ano, com capitalização mensal” significa que a taxa usada na operação não é a taxa de 12% anunciada e sim a taxa mensal que lhe é proporcional. *Portanto, a tradução da expressão “12% ao ano, com capitalização mensal” é “1% ao mês”.*

**Exemplo 4.** “24% ao ano com capitalização trimestral” significa “6% ao trimestre”; “1% ao mês com capitalização semestral” significa “6% ao semestre” e “6% ao ano com capitalização mensal” significa “0,5% ao mês”.

**Exemplo 5.** Verônica investe seu dinheiro a juros de 6% ao ano com capitalização mensal. Qual a taxa anual de juros à qual está investido o capital de Verônica?

Ora, o dinheiro de Verônica está, na realidade, investido a juros de taxa  $i = 6\% \div 12 = 0,5\%$  ao mês. A taxa anual equivalente é  $I$  tal que  $1 + I = (1 + 0,005)^{12}$ . Daí,  $I = 1,005^{12} - 1 = 0,0617 = 6,17\%$  ao ano.

A (falsa) taxa de 6% ao ano é dita *nominal*. A taxa (verdadeira) de 6,17% ao ano é dita *taxa efetiva*.

**Exemplo 6.** A taxa efetiva semestral correspondente a 24% ao semestre com capitalização mensal é  $I$  tal que  $1 + I = (1 + 0,04)^6$ . Daí,  $I = 1,04^6 - 1 = 26,53\%$  ao semestre.

### Problemas Propostos\*

1. Determine as taxas mensais equivalentes a 100% ao ano e a 39% ao trimestre.
2. Determine as taxas anuais equivalentes a 6% ao mês e a 12% ao trimestre.
3. Determine as taxas efetivas anuais equivalentes a:
  - a) 30% ao ano, com capitalização mensal.
  - b) 30% ao ano, com capitalização trimestral.
  - c)  $i$  ao ano, capitalizados  $k$  vezes ao ano.

### 3 Anuidades

Uma lista de quantias (chamadas usualmente de *pagamentos* ou *termos*), referidas a épocas diversas, é chamada de *série* ou *anuidade* ou, ainda, *renda certa*. Se esses pagamentos forem iguais e igualmente espaçados no tempo, a série diz-se *uniforme*.

*O valor atual (isto é, o valor da série uma unidade de tempo antes do primeiro pagamento) de uma série uniforme de  $n$  pagamentos iguais a  $P$ , é, sendo  $i$  a taxa de juros, igual a  $A = P \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$ .*

Atenção ao significado das letras na fórmula acima:  $i$  é a taxa de juros (referida à unidade de tempo, a qual é o tempo entre prestações consecutivas),  $n$  é o número de prestações,  $P$  é o valor de cada prestação e  $A$  é o valor da série uma unidade de tempo antes do primeiro pagamento.

---

\*Soluções na página 190.

## 120 Temas e Problemas

Com efeito, para determinar o valor da série um tempo antes do primeiro pagamento, devemos retroceder um tempo com o primeiro pagamento, dois tempos com o segundo, . . . ,  $n$  tempos com o  $n$ -ésimo pagamento. Logo,

$$A = \frac{P}{1+i} + \frac{P}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{P}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{P}{(1+i)^n}.$$

Multiplicando por  $(1+i)$ , obtemos

$$A(1+i) = P + \frac{P}{1+i} + \frac{P}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{P}{(1+i)^{n-1}}.$$

Subtraindo, obtemos

$$\begin{aligned} A(1+i) - A &= P - \frac{P}{(1+i)^n} \\ Ai &= P - P(1+i)^{-n} \\ A &= P \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \end{aligned}$$

**Exemplo 1.** Um bem, cujo preço à vista é R\$1 200,00, é vendido em 8 prestações mensais iguais, postecipadas (isto é, a primeira é paga um mês após a compra). Se os juros são de 8% ao mês, determine o valor das prestações.

Temos  $A = 1200$ ,  $n = 8$ ,  $i = 0,08$ . Aplicando a fórmula,  $A = P \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$ , obtemos:

$$1200 = P \frac{1 - 1,08^{-8}}{0,08}; \quad P = 1200 \frac{0,08}{1 - 1,08^{-8}} = 208,82.$$

As prestações são de R\$208,82.

**Exemplo 2.** Um bem, cujo preço à vista é R\$1 200,00, é vendido em 6 prestações mensais iguais, antecipadas (isto é, a primeira é paga no ato da compra). Se os juros são de 8% ao mês, determine o valor das prestações.

O valor da série de prestações um mês antes do pagamento da primeira prestação (ou seja, um mês antes da compra) é  $A = P \frac{1 - (1 + i)^n}{i} = P \frac{1 - 1,08^{-6}}{0,08}$ . Esse valor é igual ao preço à vista, um mês atrás, isto é, é igual a  $\frac{1200}{1,08}$ . Logo,

$$P \frac{1 - 1,08^{-6}}{0,08} = \frac{1200}{1,08} \quad \text{e} \quad P = \frac{1200}{1,08} \frac{0,08}{1 - 1,08^{-6}} = 240,35.$$

As prestações são de R\$240,35.

Às vezes necessitamos calcular o valor futuro (ou montante) de uma série uniforme, isto é, o valor da série na época do último pagamento. Para isso, basta avançar  $n$  tempos o valor  $A$ , isto é,

$$F = A(1 + i)^n = P \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} (1 + i)^n = P \frac{(1 + i)^n - 1}{i}.$$

O valor de uma série uniforme na época do último pagamento é  $F = P \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$ .

**Exemplo 3.** Investindo mensalmente R\$150,00 em um fundo de investimentos que rende 0,5% ao mês, qual é o montante imediatamente após o 120º depósito?

O montante da série é

$$F = P \frac{(1 + i)^n - 1}{i} = 150 \frac{1,005^{120} - 1}{0,005} = 24\,581,90.$$

Trataremos agora de *rendas perpétuas*. Rendas perpétuas aparecem em locações. Com efeito, quando se aluga um bem, cede-se a posse do mesmo em troca de um aluguel, digamos, mensal. Então, a série dos aluguéis constitui uma renda perpétua ou *perpetuidade*. Para obter o valor atual de uma renda perpétua, basta fazer  $n$  tender para infinito na fórmula

$$A = P \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}.$$

## 122 Temas e Problemas

O valor de uma perpetuidade de termos iguais a  $P$ , um tempo antes do primeiro pagamento, é, sendo  $i$  a taxa de juros,  $A = \frac{P}{i}$ .

**Exemplo 4.** Se o dinheiro vale 1% ao mês, por quanto deve ser alugado um imóvel que vale R\$40 00,00?

Quando você aluga um imóvel, você cede a posse do imóvel em troca de uma renda perpétua cujos termos são iguais ao valor do aluguel. Então, o valor do imóvel deve ser igual ao valor da série de aluguéis.

Logo, como  $A = \frac{P}{i}$ , temos  $P = Ai = 40\,00 \times 0,01 = 400$ .

Deve ser alugado por R\$400,00.

**Exemplo 5.** Helena tem duas alternativas para obter uma copiadora:

- a) Alugá-la por R\$480,00 por mês. Nesse caso, o locador se responsabiliza pelas despesas de manutenção.
- b) Comprá-la por R\$8 000,00. Nesse caso, já que a vida econômica da copiadora é de 2 anos, Helena venderá a copiadora após 2 anos, por R\$1 000,00. As despesas de manutenção são de responsabilidade de Helena e são de R\$100,00 por mês no primeiro ano e de R\$150,00 por mês, no ano seguinte:

Se o dinheiro vale 1% ao mês, qual a melhor opção para Helena?

Na alternativa b), vejamos o valor, na época da compra, dos gastos de Helena durante esses dois anos. Temos:

- i) uma parcela de R\$8 000,00;
- ii) o valor atual de uma série de 12 pagamentos de R\$100,00, igual a  $100 \frac{1 - 1,01^{-12}}{0,01} = \text{R}\$1\,125,51$ ;
- iii) o valor, na época da compra, dos gastos no segundo ano. Para determiná-lo, calculamos o valor atual dos gastos no segundo ano,  $150 \frac{1 - 1,01^{-12}}{0,01} = 1\,688,26$ , e dividimos esse valor por  $1,01^{12}$ , para trazê-lo um ano para trás, obtendo finalmente R\$1 498,25;
- iv) o valor, na época da compra, da receita auferida com a venda, R\$1 000,00 trazidos dois anos para trás, isto é,  $1000 \div 1,01^{24} = 787,57$ .

Portanto, os gastos são de  $8\,000 + 1\,125,51 + 1\,498,25 - 787,57 = 9\,836,19$ .

Na alternativa a), o valor dos gastos na época da compra é o valor atual de uma série de 24 pagamentos iguais a R\$480,00,  $480 \frac{1 - 1,01^{-24}}{0,01} = \text{R}\$10\,196,83$ .

A melhor alternativa é a compra.

### Problemas Propostos\*

**1.** Um televisor, cujo preço à vista é R\$900,00, é vendido em dez prestações mensais iguais. Se são pagos juros de 4% ao mês, determine o valor das prestações, supondo a primeira prestação paga:

- a) no ato da compra.
- b) um mês após a compra.
- c) dois meses após a compra.

---

\*Soluções na página 191.

## 124 Temas e Problemas

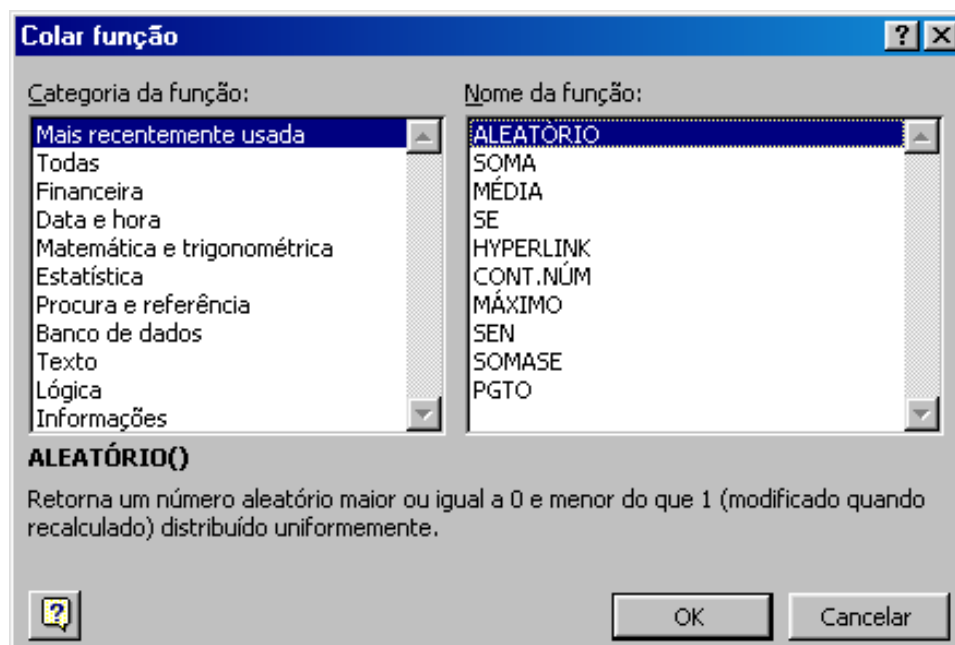
2. Se a taxa de juros é de 0,6% ao mês, por quanto se aluga um imóvel cujo preço à vista é R\$80 000,00, supondo o aluguel mensal pago vencido? E se fosse pago adiantadamente?
3. Supondo juros de 1% ao mês, quanto você deve investir mensalmente durante 10 anos para obter ao fim desse prazo, por 30 anos, uma renda mensal de R\$500,00?
4. Supondo juros de 1% ao mês, quanto você deve investir mensalmente durante 35 anos para obter, ao fim desse prazo, uma renda perpétua de R\$1 000,00?
5. Considere uma renda perpétua cujos termos crescem a uma taxa constante  $j$  e cujo primeiro termo é igual a  $P$ . Supondo juros de taxa  $i$  ( $i > j$ ), determine o valor da renda na época do primeiro pagamento.
6. Minha mulher acha que devemos vender o carro novo que compramos por R\$18 000,00 quando ele estiver com dois anos de uso. Conseguiríamos vendê-lo por R\$14 000,00 e compraríamos outro igual, zero quilômetro. Eu acho que seria melhor esperar quatro anos para vender o carro, caso em que só conseguiríamos R\$10 000,00 na venda, mesmo levando em conta que gastaríamos em consertos cerca de R\$1 000,00 no terceiro ano e de R\$2 000,00 no quarto ano. Supondo que o dinheiro valha 15% ao ano, quem tem razão?

## APÊNDICE

### Como calcular a taxa de juros utilizando o Excel

Para calcular a taxa de juros em séries uniformes de pagamentos, inicialmente, deve-se clicar na tecla do menu  $f_x$ .

Com esta operação aparecerá na tela:



**Figura 51**

Role o cursor no quadro à esquerda e clique em Financeira, como mostra a Figura 52.

Em seguida no quadro à direita procure a função TAXA (Figura 53). Clique OK.



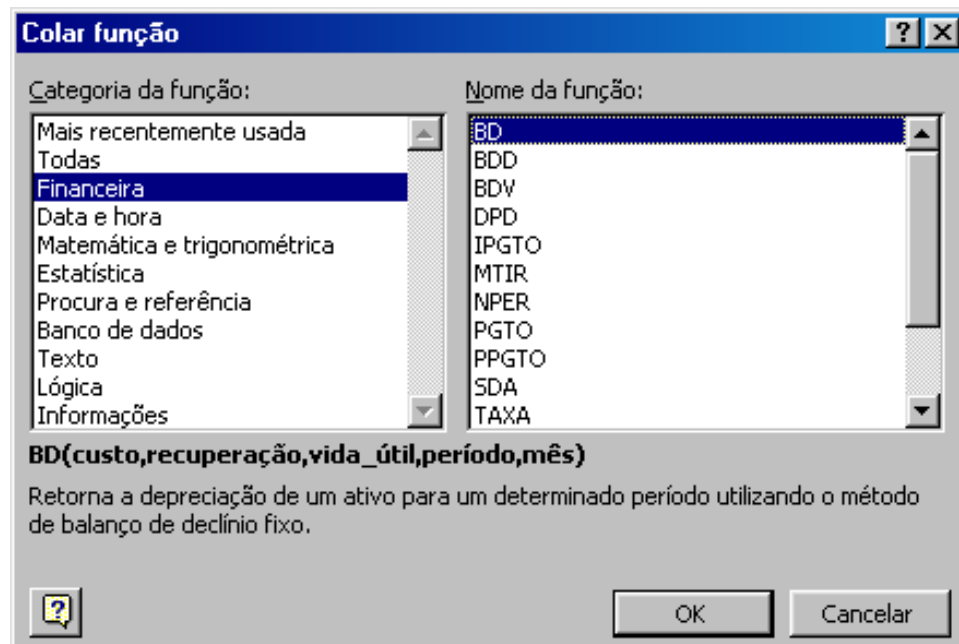


Figura 52

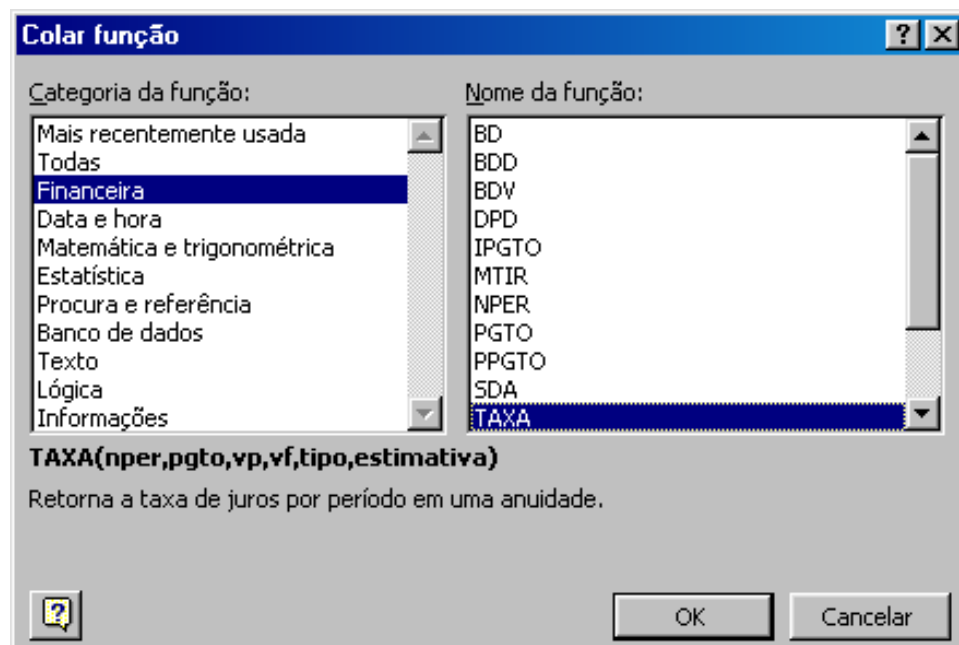


Figura 53

Aparecerá uma caixa de diálogo e será necessário preencher algumas janelas:

**Nper** coloque nesta lacuna o número total de termos da série uniforme.

**Pgto** coloque nesta lacuna o número total de termos da série uniforme.

**VP** preencha este quadro com o valor presente (valor atual), com sinal contrário ao pagamento. Se o VF é preenchido esta célula deve ficar em branco.

**Vf** preencha este quadro com o valor futuro, com sinal contrário ao pagamento. Se o Vp é preenchido esta célula deve ficar em branco.

**Tipo** é o número 0 ou 1, conforme os pagamentos sejam postecipados ou antecipados. Se for deixado em branco, o Excel assumirá 0, considerando os pagamentos postecipados.

**Estimativa** é a sua estimativa para a taxa. Deixe em branco.

**Observação.** O Excel trabalha com a “lógica do contador”, na qual os pagamentos e os recebimentos devem ter sinais contrários. Logo, se o valor presente é um valor positivo, o valor das prestações é obrigatoriamente negativo.

**Exemplo 1.** Qual é a taxa de juros na compra de um veículo cujo preço à vista é de R\$8 000,00 e é pago em 24 pagamentos mensais de R\$400,00, o primeiro sendo efetuado um mês após a compra?

Preencha  $Nper = 24$ ,  $Pgto = -400$  e  $Vp = 8000$ . Aparecerá  $TAXA(24; -400; 8000) = 0,015130844$ , ou seja, 1,51% ao mês.

**Exemplo 2.** Qual é a taxa de juros na compra de um veículo cujo preço à vista é de R\$8 000,00 e é pago em 24 pagamentos mensais de R\$400,00, o primeiro sendo efetuado no ato da compra?

Preencha  $Nper = 24$ ,  $Pgto = -400$ ,  $Vp = 8000$ , e  $Tipo = 1$ . Aparecerá  $TAXA(24; -400, 8000; ; 1) = 0,016550119$ , ou seja, 1,66% ao mês.

**Exemplo 3.** O Excel também calcula taxas de juros em séries não-uniformes. Vejamos como calcular a taxa de juros ao ano do financiamento a seguir:

| Ano   | 0  | 1  | 2  | 3 | 4   | 5   | 6   | 7   |
|-------|----|----|----|---|-----|-----|-----|-----|
| Valor | 80 | 50 | 50 | 0 | -40 | -40 | -60 | -70 |

Os valores estão em milhares de reais, as entradas de capital foram consideradas positivas e as saídas, negativas.

Inicialmente devemos colocar os valores do fluxo em células adjacentes de uma mesma coluna da planilha, por exemplo, nas células de B1 a B8. Procedendo como anteriormente, usamos os comandos  $f_x$ , Financeira e TIR (encontra-se imediatamente após TAXA).

Aparecerá uma caixa de diálogo. Par preenchê-la, não digite nada. Com o botão esquerdo do mouse apertado, cubra as células nas quais foi colocado o fluxo de caixa, no caso as células de B1 a B8. Elas ficarão dentro de um retângulo com efeito de movimento na borda e a caixa de diálogo se preencherá sozinha, aparecendo:

VALORES B1:B8

TIR(B1:B8) = 0,031826856

A taxa é de 3,18% ao ano.

## Problemas Propostos\*

1. Joelma comprou uma geladeira, cujo preço à vista era R\$800,00, com uma entrada de R\$200,00 e seis prestações mensais de R\$120,00. Qual é a taxa mensal dos juros que ela está pagando?

2. Manuel comprou um televisor, cujo preço à vista era R\$500,00, em dez prestações mensais de R\$60,00 cada, vencendo a primeira dois meses após a compra. Qual é a taxa mensal dos juros que ele está pagando?

---

\*Soluções na página 193.

**3.** Uma caixa de funcionários de certa empresa empresta dinheiro a seus associados e calcula os juros de modo peculiar. Para um empréstimo de R\$1 000,00, para pagamento em 5 vezes, os juros são de “3% ao mês”, isto é, 15% em 5 meses. Portanto, o total a ser pago é de R\$1 150,00, ou seja, 5 prestações de R\$230,00 cada. Qual é na realidade a taxa de juros com que trabalha a caixa?