

# TABELA DE INTEGRAIS

Prof. Alexandre O Calvão

## GRUPO I. REGRAS BÁSICAS

- 1)  $\int a \, du = au + c$
- 2)  $\int [f(x) \pm g(x)] \, dx = \int f(x) \, dx \pm \int g(x) \, dx$
- 3)  $\int du = u + c$
- 4)  $\int u^r \, du = (u^{r+1} / (r+1)) + c$  para  $r \neq -1$

## GRUPO II

- 5)  $\int e^u \, du = e^u + c$
- 6)  $\int b^u \, du = b^u / \ln b + c$
- 7)  $\int du / u = \ln |u| + c$
- 8)  $\int \sin u \, du = -\cos u + c$
- 9)  $\int \cos u \, du = \sin u + c$
- 10)  $\int \operatorname{tg} u \, du = -\ln |\cos u| + c$
- 11)  $\int \sec^2 u \, du = \operatorname{tg} u + c$
- 12)  $\int \operatorname{cosec}^2 u \, du = -\operatorname{cotg} u + c$
- 13)  $\int \sec u \operatorname{tg} u \, du = \sec u + c$
- 14)  $\int \operatorname{cosec} u \operatorname{cotg} u \, du = -\operatorname{cosec} u + c$
- 15)  $\int \operatorname{cotg} u \, du = \ln |\sin u| + c$

## GRUPO III. Funções hiperbólicas

- 16)  $\int \sinh u \, du = \cosh u + c$
- 17)  $\int \cosh u \, du = \sinh u + c$
- 18)  $\int \operatorname{sech}^2 u \, du = \operatorname{tgh} u + c$
- 19)  $\int \operatorname{cosech}^2 u \, du = -\operatorname{cotgh} u + c$
- 20)  $\int \operatorname{sech} u \operatorname{tgh} u \, du = -\operatorname{sech} u + c$
- 21)  $\int \operatorname{cosech} u \operatorname{cotgh} u \, du = -\operatorname{cosech} u + c$

## GRUPO IV. Funções algébricas ( $a > 0$ )

- 22)  $\int du / \sqrt{a^2 - u^2} = \operatorname{sen}^{-1}(u/a) + c$  onde  $(|u| < a)$
- 23)  $\int du / (a^2 + u^2) = (1/a) \operatorname{tg}^{-1}(u/a) + c$
- 24)  $\int du / u \sqrt{u^2 - a^2} = (1/a) \operatorname{sec}^{-1}(|u/a|) + c$  onde  $(0 < a < u)$
- 25)  $\int du / \sqrt{a^2 + u^2} = \operatorname{Ln}(u + \sqrt{u^2 + a^2}) + c$

$$26) \int du / \sqrt{u^2 - a^2} = \operatorname{Ln}(u + \sqrt{u^2 - a^2}) + c$$

$$27) \int du / (a^2 - u^2) = (1/2a) \operatorname{Ln}((a+u)/(a-u)) + c$$

## Complementos

- 28)  $\int u \, dv = u \, v - \int v \, du$  (Integral por partes)
- 29)  $\int \operatorname{Ln}(u) \, du = u \operatorname{Ln}(u) - u$
- 30)  $\int \sec(au) \, du = (1/a) \{ \operatorname{Ln}[\sec(au) + \operatorname{tg}(au)] \}$

## Teorema Fundamental do Cálculo (parte 1)

$$\int_a^b f(t) \, dt = F(b) - F(a)$$

Obs 1. A integração é a operação inversa da diferenciação.

Obs 2. A integral definida de uma taxa de variação é igual à variação total.

## Teorema Fundamental do Cálculo (parte 2)

$$\frac{d}{dx} \left[ \int_a^x f(t) \, dt \right] = f(x)$$

## ÁREA SOB A CURVA

A área sob o gráfico de  $f(x)$  entre  $a$  e  $b$  é igual a

$$\text{área} = \int_a^b f(x) \, dx$$

SOMA DE RIEMANN. (Integral como limite de uma soma).

$$\int_a^b f(x) \, dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \delta x$$

## Propriedades da integral definida

$$a. \int_a^b f(x) \, dx = - \int_b^a f(x) \, dx$$

$$b. \int_a^b f(x) \, dx = \int_a^c f(x) \, dx + \int_c^b f(x) \, dx$$

## COMPRIMENTO DE ARCO.

A curva  $f(x)$  de  $x=a$  a  $x=b$  tem: comprimento de arco =

$$\int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} \, dx$$

## VALOR MÉDIO.

O valor médio da função "f" entre  $a$  e  $b$  é:

$$\langle f(x) \rangle = \frac{1}{(b-a)} \int_a^b f(x) \, dx$$