Disciplina: MATEMÁTICA – Área: Álgebra

Aula 2: FUNÇÕES

Pré-requisitos: aula 1 – equações

Funções são relações de dependência entre dois eventos quaisquer, ou seja, um evento está em função do outro e, portanto, depende desse outro. Por exemplo, o valor da conta de luz depende de quanta energia é gasta no mês; logo, o valor pago é função da quantidade de energia utilizada.

Assim sendo, a utilidade das funções não se encontra somente na matemática, física, química ou engenharia. Sua utilidade se estende para a economia, administração, biologia, medicina, enfermagem, geografia, história e tantos outros ramos onde dados estatísticos devam ser tratados para estudo dos fenômenos ocorridos.

Para compreensão matemática do fenômeno de dependência estudado, utilizamos expressões que caracterizam a função. Por exemplo, se a corrida de táxi depende exclusivamente da distância percorrida mais o valor de bandeirada, e o quilômetro percorrido custa R$ 0,50 com R$ 3,50 de bandeirada, a expressão matemática que rege o valor a ser pago (**V(d)**) por qualquer distância percorrida (**d**) é:

$$V(d) = 0{,}5d + 3{,}5$$

Se percorrermos 3km, fazemos d = 3 e calculamos o valor a ser pago:

$$V(3) = 0{,}5 \cdot 3 + 3{,}5 = 1{,}5 + 3{,}5 = 5$$

Ou seja, R$ 5,00.

Conjuntos domínio, imagem e contra-domínio

Toda e qualquer função possui dois conjuntos que caracterizam todos os valores que suas variáveis podem assumir. Note que a função possui duas variáveis: a variável **dependente**, que se encontra no primeiro membro da expressão (no nosso caso do táxi, V(d) – lê-se *V* em função de *d*), e a variável **independente**, a que se encontra na expressão do segundo membro da função (no nosso caso do táxi, *d*). O conjunto de todos os valores que a *variável dependente* pode assumir chama-se **conjunto imagem** e o conjunto de todos os valores que a *variável independente* pode assumir chama-se **conjunto domínio**.

No caso do táxi, qualquer número real pode ser substituído no lugar de *d* e ainda sim obter um valor real para *V(d)*; nesse caso, dizemos que o conjunto domínio é o conjunto dos números reais. Como não há nenhuma restrição para os valores assumidos por *V(d)*, dizemos também que o conjunto domínio é o conjunto real.

Há casos em que o conjunto imagem sofre restrições difíceis de se observar. Quando isso ocorre, generalizamos seus valores para o conjunto numérico que contém o conjunto imagem da função. A esse “conjunto generalização” damos o nome de conjunto **contra-domínio** da função. E assim sendo, definimos os conjuntos que caracterizam a função. Para a função de exemplo do nosso táxi (obs.: desconsideremos que estamos falando de dinheiro e não há valores negativos para tal), dizemos que ela está definida em $R \to R$ (lê-se função definida em domínio real – primeiro R – e contra-domínio real – segundo R).

Uma importante característica das funções é *que há somente **um** valor imagem para cada valor de domínio*. Se houver mais de um, não temos uma função.

Exemplo 1: determine o conjunto domínio da função $f(x) = \sqrt{x+4}$.

Como o conjunto domínio é o conjunto de todos os valores que a variável independente pode assumir (*x* no caso), temos que analisar a expressão que define a função. Note que *x*+4 está dentro de uma raiz quadrada; sabemos que não existe raiz quadrada de números negativos e, portanto **tudo que está dentro da raiz não pode ser negativo**. Assim sendo, o domínio será:

$$x + 4 \geq 0$$

$$x \geq -4$$

$$D = \{x \in R / x \geq -4\}.$$

Exemplo 2: determine o conjunto domínio da função $g(x) = \dfrac{x+3}{x-5}$.

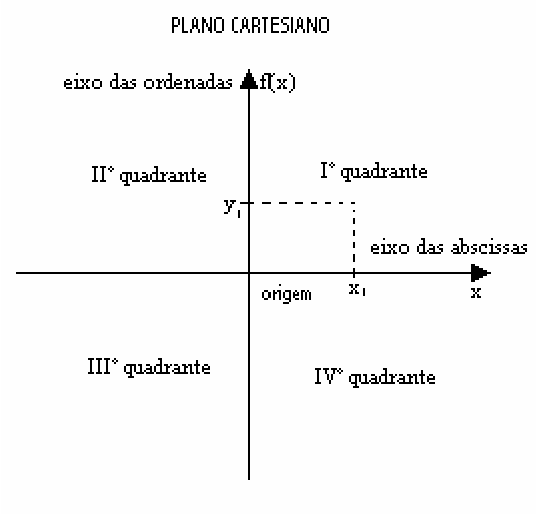
Sabemos que não existe divisão por zero. Portanto, **tudo o que está no denominador** da função **deve ser diferente de zero**. Assim sendo, o domíno será:

$$x - 5 \neq 0$$

$$x \neq 5$$

$$D = \{x \in R / x \neq 5\}.$$

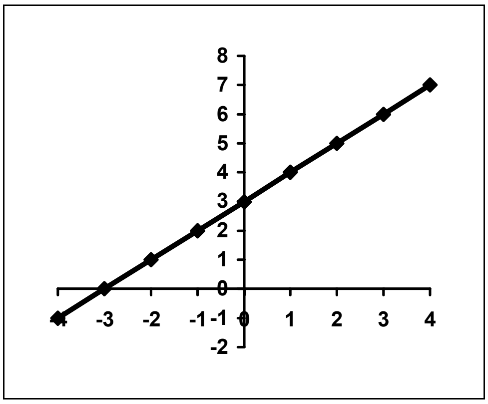
Gráficos
Uma função pode ser representada por um gráfico. Representando o conjunto domínio e contra-domínio na reta real e cruzando perpendicularmente estas duas retas em suas origens construímos o *plano cartesiano*. Nesse plano podemos representar todos os pontos de uma função e assim obtermos o seu gráfico.



À direita e acima da origem (valor igual a zero e onde as retas se cruzam) temos os valores positivos de *x* e *f(x)* respectivamente; analogamente, à esquerda e abaixo temos os valores negativos de *x* e *f(x)* respectivamente.
Exemplo 3: Construa o gráfico da função f(x)=x+3.

A construção do gráfico de qualquer função é executada sempre da mesma forma: construa uma tabela com valores aleatórios de *x*, calcule seus respectivos valores de *y* e depois marque os pontos obtidos no plano cartesiano; para melhor visualização, ligue-os por linhas suaves.

x	f(x)=x+3	Par ordenado (x,y)
-4	-1	(-4,-1)
-3	0	(-3,0)
-2	1	(-2,1)
-1	2	(-1,2)
0	3	(0,3)
1	4	(1,4)
2	5	(2,5)
3	6	(3,6)
4	7	(4,7)
Gráfico no plano cartesiano		



Se quando numa função os valores de *x* crescem e os respectivos valores de *y* também crescem, dizemos que a função é **crescente**.
Da mesma forma, quando os valores de *x* crescem e os respectivos valores de *y* decrescem, dizemos que a função é **decrescente**.

Função constante
Quando não há variável independente ainda assim podemos ter uma função. A essa função damos o nome de *função constante* e seu gráfico é uma reta paralela ao eixo das abscissas do plano cartesiano. Por exemplo, a função $f(x) = 5$ é uma função constante.

Observação
Podemos chamar a variável dependente f(x) por uma outra letra, y por exemplo, e fazemos:

y = f(x)

BIBLIOGRAFIA:
IEZZI, Gelson e DOLCE, Oswaldo e DEGENSZAJN, David Mauro e PÉRIGO, Roberto. *Matemática: volume único*. São Paulo, Atual, 1997.