Disciplina: MATEMÁTICA – Área: Álbegra

Aula 3: FUNÇÕES DE PRIMEIRO GRAU

Pré-requisitos: aula 2 – funções

Também chamadas de funções afim, as *funções polinomiais de 1º grau* são funções cujo maior grau do expoente da variável independente é **um**. Genericamente são definidas por:

$$f(x) = \mathrm{a} \cdot x + \mathrm{b}$$

onde a e b são números reais e $a \neq 0$. O número **a** é chamado de *coeficiente angular* da função f(x), e o número **b** (termo constante) de *coeficiente linear* de f(x).
O exemplo do táxi da aula 2 nos gerou uma função de primeiro grau.

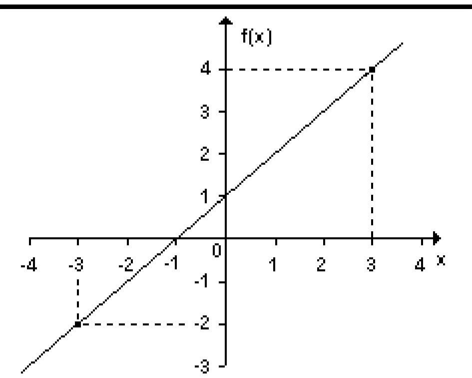
Gráfico

O gráfico de qualquer função polinomial de primeiro grau será **sempre uma reta**.
Exemplo 1: construir o gráfico da função $f(x) = x + 1$.

Como a função é de primeiro grau, sabemos que será uma reta. Assim sendo, construímos o gráfico com apenas dois pares ordenados, traçando uma reta que passe por esses pontos.

x	f(x)=x+1	Par ordenado (x,y)
-3	-2	(-3,-2)
3	4	(3,4)

Gráfico



Se o coeficiente angular da função for positivo, a função é crescente; se for negativo, a função é decrescente. Em outras palavras:

Se **a > 0**, função **crescente**
Se **a < 0**, função **decrescente**

Raiz

Chama-se raiz de uma função os valores de x quando f(x) é igual a zero. Assim sendo, encontramos os valores das raízes fazendo f(x)=0 e resolvendo a equação resultante.
Exemplo 2: encontre as raízes da função $f(x) = ax + b \ \left(\forall a \neq 0\right)$.

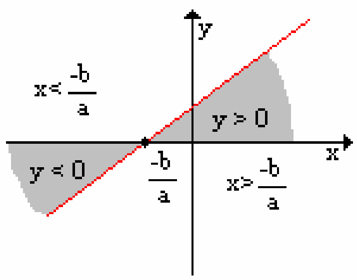
Para encontrarmos as raízes fazemos f(x) = 0:

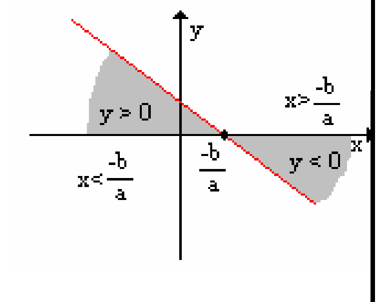
$$f(x) = 0$$
$$ax + b = 0$$
$$ax = -b$$
$$x = -\frac{b}{a}$$

Portanto a raiz única de uma função de primeiro grau é igual ao quociente –b/a.
Para qualquer função, os valores das raízes são os pontos onde o gráfico cruza com a reta das abscissas.

Estudo do Sinal

Estudar o sinal de uma função é determinar para quais valores de x a função é crescente, decrescente ou igual a zero.

<table>
<tr><td colspan="2">se $a > 0$</td></tr>
<tr><td>$f(x) > 0$
$x > \frac{-b}{a}$</td><td rowspan="2">
</td></tr>
<tr><td>$f(x) < 0$
$x < \frac{-b}{a}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Se a é maior que zero, os valores de f(x) aumentam conforme aumenta x (função crescente)</td></tr>
<tr><td colspan="2">se $a < 0$</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>$f(x)>0$
$x<\frac{-b}{a}$</td><td rowspan="2">
</td></tr>
<tr><td>$f(x)>0$
$-ax+b>0$
$x<\frac{-b}{a}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Se a é menor que zero, os valores de f(x) diminuem conforme aumenta x (função decrescente).</td></tr>
</table>

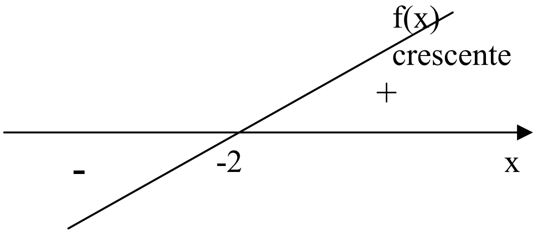
Exemplo 3: estude o sinal da função f(x)=3x+6.

Primeiramente determinamos a raiz da função:

$$f(x)=0$$
$$3x+6=0$$
$$x=-2$$

Depois analisamos o valor de *a* na função: como a = 3 > 0, a função é crescente.

Agora esboçamos o gráfico e vemos quando a função é positiva ou negativa:



Vemos que à direita do -2 a função está acima da reta *x*: portanto a função é positiva. Da mesma forma, à esquerda do -2 a função está abaixo da reta *x* e a função é negativa. Assim sendo:

Se x > -2, f(x) > 0
Se x < -2, f(x) < 0
Quando x = -2, f(x) = 0

Inequações

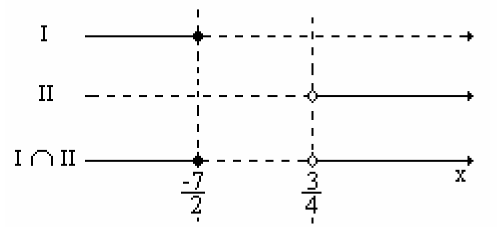
Inequações são expressões com sinal de desigualdade. Interessa-nos encontrar todos os valores da incógnita de forma a satisfazer a condições de desigualdade.

Exemplo 4: resolva a inequação $-2x-9>3$.

$$-2x-9>3 \Rightarrow -2x>3+9$$
$$-2x>12 \Rightarrow 2x<-12$$
$$x<-6$$
$$S=\{x \in R \mid x<-6\}$$

Exemplo 5: resolva a inequação $2x \leq 4x+7 \leq 10$.

$$2x \leq 4x+7<10$$
$$I: 2x \leq 4x+7 \Rightarrow 2x-4x \leq 7$$
$$-2x \leq 7 \Rightarrow 2x \geq -7$$
$$x \geq -\frac{7}{2}$$
$$II: 4x+7<10 \Rightarrow 4x<10-7 \Rightarrow 4x<3$$
$$x<\frac{3}{4}$$



$$S=\left\{x \in R \mid -\frac{7}{2} \leq x<\frac{3}{4}\right\}$$

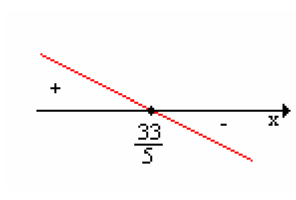
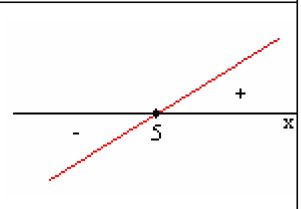
Exemplo 6: resolver a inequação $\frac{x+3}{x-5} \geq 6$.

Para resolução de inequações compostas por multiplicação e/ou divisão de expressões com incógnita nos dois fatores e/ou numerador e denominador:

- Isole todos os termos no primeiro membro:

$$\frac{x+3}{x-5} \geq 6$$
$$\frac{x+3}{x-5}-6 \geq 0$$
$$\frac{x+3-6(x-5)}{x-5} \geq 0$$
$$\frac{-5x+33}{x-5} \geq 0$$

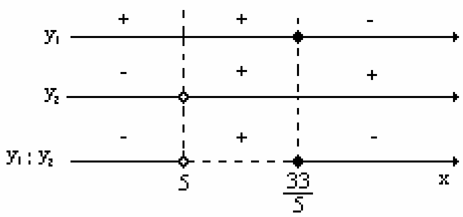
- Divide a inequação em duas funções que componham a multiplicação ou divisão e estude o sinal delas:

$y_1 = -5x + 33$	
$a = -5 < 0$ (funçã decrescente) $\text{raiz} = -\frac{b}{a} = \frac{33}{5}$	
$y > 0 \Rightarrow x < \frac{33}{5}$ $y < 0 \Rightarrow x > \frac{33}{5}$	
$y_2 = x - 5$	
$a = 1 > 0$ (função crescente) $\text{raiz} = -\frac{b}{a} = 5$	
$y > 0 \Rightarrow x > 5$ $y < 0 \Rightarrow x < 5$	

- Efetue a multiplicação ou divisão através do estudo dos sinais e satisfaça a condição da inequação (pede valores maiores ou iguais a zero, ou menores ou iguais a zero?). Não esqueça das condições de existência: como temos uma divisão, o denominador deve ser diferente de zero:

$$x - 5 \neq 0$$

$$x \neq 5$$



$$S = \left\{ x \in R \mid 5 < x \leq \frac{33}{5} \right\}$$

Anotações

BIBLIOGRAFIA:

IEZZI, Gelson e DOLCE, Oswaldo e DEGENSZAJN, David Mauro e PÉRIGO, Roberto. *Matemática: volume único*. São Paulo, Atual, 1997.